

Sicherheitsbewertung von Fahrstrategien kognitiver Automobile

Safety Assessment of Driving Strategies of Cognitive Cars

Matthias Althoff, Olaf Stursberg und Martin Buss

Von (kognitiven) autonomen Fahrzeugen geplante Fahrtrajektorien können in statischen Umgebungen durch Kollisionsabfragen mit den zu umfahrenden Hindernissen abgesichert werden. In den meisten Straßenverkehrsszenarien genügt dieses Vorgehen nicht, da zusätzlich die Dynamik anderer Verkehrsteilnehmer berücksichtigt werden muss. Dazu werden in dieser Arbeit die erreichbaren Straßenbereiche und die Wahrscheinlichkeitsverteilung der Positionen anderer Verkehrsteilnehmer (unter Berücksichtigung von Interaktion) bestimmt. Dies erlaubt die Bestimmung der Kollisionswahrscheinlichkeiten des autonomen Fahrzeugs mit anderen Verkehrsteilnehmern, so dass geplante Fahrtrajektorien des kognitiven Fahrzeugs hinsichtlich ihrer Sicherheit bewertet werden können.

In static environments, safety of planned driving trajectories of (cognitive) autonomous vehicles can be assessed by checking possible collisions with the obstacles to be circumvented. In most road traffic scenarios, this approach is not sufficient, however, as the dynamics of other traffic participants has to be considered. For this purpose, the reachable road areas and the probability distribution of the positions of other traffic participants (under consideration of interaction) are computed in this work. This allows to determine the probability of a collision of the autonomous vehicle with other traffic participants, such that planned driving trajectories of the cognitive vehicle can be assessed with respect to safety.

Schlagwörter: Autonome Fahrzeuge, Erreichbarkeitsmengen, Kollisionswahrscheinlichkeit, Sicherheit.

Keywords: Autonomous vehicles, reachable sets, collision probability, safety.

1 Einleitung

Technologische Fortschritte insbesondere an der Schnittstelle zwischen den Ingenieurwissenschaften und der Informatik lassen die Vision von kognitiven Fahrzeugen, die ihre Umwelt selbständig wahrnehmen und daraus Fahrstrategien ableiten, näher rücken. Obwohl seit 20 Jahren im Bereich des autonomen Fahrens geforscht wird [7], ist durch Wettbewerbe für autonome Fahrzeuge in jüngster Zeit (z.B. DARPA Grand/Urban Challenge, ELROB) das Forschungsinteresse und somit auch das Fortschrittstempo in diesem Bereich stark gestiegen. Obwohl die Wettbewerbe sich immer mehr von strukturierten hin zu komplexeren dynamischen Umgebungen entwickeln, ist das kollisionsfreie autonome Fahren im

realen Verkehr noch eine Herausforderung.

Ein entscheidender Faktor für sicheres Navigieren in komplexen Verkehrsszenarien ist die Prädiktion des Verkehrsgeschehens. Beispielsweise muss bei einem Überholmanöver, einem Ausweichmanöver oder einem Abbiegemanöver mit Gegenverkehr, die geplante Aktion hinsichtlich ihrer Sicherheit unter Berücksichtigung der zukünftigen Verkehrsentwicklung überprüft werden. Im Bereich der Prädiktion des menschlichen Verhaltens im eigenen Fahrzeug sind bereits einige Arbeiten zum rechtzeitigen Erkennen von Fehlverhalten durchgeführt worden, um Warnhinweise oder automatische Fahreingriffe einzuleiten (siehe z.B. [14, 22]). In Bezug auf das Verhalten von Verkehrsteilnehmern, die mittels Umfeldsensorik von einem anderen Fahrzeug sensiert werden,

gibt es bislang wenig Arbeiten. Dies liegt unter anderem daran, dass Vorhersagen von Fremdfahrzeugen aus zwei Gründen eine Herausforderung darstellen: Zum Einen sind Messungen (z.B. Position, Geschwindigkeit) anderer Fahrzeuge ungenauer und zum Anderen ist deren zukünftiges Verhalten schwieriger vorherzusagen, da man weniger Messwerte zur Verfügung hat und sich somit Lernverfahren zur Verhaltensprädiktion (z.B. Neuronale Netze oder Neuro-Fuzzy Logik) nur bedingt anwenden lassen. Aufgrund der genannten Unsicherheiten kann eine Sicherheitsanalyse nur durchgeführt werden, indem man mehrere Verhaltenshypothesen anderer Verkehrsteilnehmer berücksichtigt. Sicherheitsanalysen, die durch eine Vielzahl von Simulationsläufen mit variierenden Anfangswerten und Unsicherheiten durchgeführt werden, bezeichnet man auch als Monte-Carlo-Simulationen. Im Bereich der Sicherheitsbewertung von Verkehrssituationen wurden Monte-Carlo-Simulationen unter anderem in [11, 9] untersucht.

In dieser Arbeit wird ein alternativer Ansatz zur Verhaltensprädiktion von Verkehrsteilnehmern und, darauf aufbauend, zur Sicherheitsanalyse vorgestellt. Anstatt einzelne Verhalten zu betrachten, wird die gesamte Menge an Verhaltensmöglichkeiten mittels Erreichbarkeitsmengen bestimmt. Erreichbarkeitsmengen sind als die Menge an Zuständen definiert, die ein System in (un-)endlicher Zeit von einer Anfangsmenge aus erreichen kann. Mit Hilfe der Erreichbarkeitsanalyse kann man die Sicherheit eines Systems beweisen, indem man zeigt, dass in der Erreichbarkeitsmenge keine unsicheren Zustände eingeschlossen sind. In Verkehrssituationen kann mit dieser Methode der erreichbare Straßenbereich des autonomen Fahrzeuges bestimmt werden, der die erreichbaren Straßenbereiche anderer Fahrzeuge nicht schneiden darf (entspricht der unsicheren Menge aus Sicht des autonomen Fahrzeuges). Als Ergebnis der Sicherheitsanalyse mittels Erreichbarkeitsmengen erhält man eine eindeutige Ja/Nein-Entscheidung für oder gegen die Realisierung einer Fahrstrategie. Dieses Ergebnis ist allerdings für die Bewertung von Fahrstrategien unbefriedigend, so dass als Bewertungsmetrik zusätzlich die Unfallwahrscheinlichkeit einer Fahrt-rajektorie bestimmt wird. Dazu wird in dieser Arbeit zusätzlich die Wahrscheinlichkeitsverteilung innerhalb der Erreichbarkeitsmengen approximativ bestimmt. Erreichbarkeitsmengen mit bzw. ohne stochastische Betrachtungen wurden bereits zur Sicherheitsanalyse im Flugverkehr eingesetzt [12, 16, 20]. Für den Bereich des straßengebundenen Verkehrs gibt es Untersuchungen zu Erreichbarkeitsmengen ohne stochastische Informationen [18]. Effiziente Verfahren zur Bestimmung stochastischer Erreichbarkeitsmengen im straßengebundenen Verkehr, die während des Fahrbetriebs ausgeführt werden können, sind von den Autoren in [3, 1] vorgestellt worden.

Ein weiterer wichtiger Aspekt in der Verkehrsprädiktion stellt die Interaktion zwischen Verkehrsteilnehmern dar. Interaktion zwischen Verkehrsteilnehmern wurde in Ver-

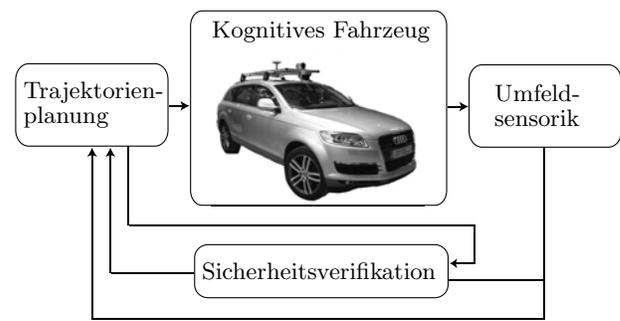


Bild 1: Konzept der Sicherheitsverifikation im kognitiven Fahrzeug.

kehrssimulationen berücksichtigt, die das Verhalten von Einzelfahrzeugen simulieren, siehe z.B. [19]. Allerdings wird in solchen Simulationen immer nur ein einziges Verhalten betrachtet. Für den Fall, dass mehrere Verhalten zu berücksichtigen sind, ergibt sich eine hohe Rechenkomplexität [8]. Unter der Annahme, dass diskrete Entscheidungen (z.B. Spurwechsel) der Verkehrsteilnehmer zu diskreten Zeitpunkten berücksichtigt werden, ergibt sich eine Komplexität von $O(\alpha^{\tau \cdot \nu})$ (α : Zahl der möglichen Aktionen, τ : Zahl der Zeitschritte der Simulation, ν : Zahl der Fahrzeuge), siehe [10]. Im Gegensatz zu den Verfahren, die alle kombinatorischen Möglichkeiten berücksichtigen, beschränkt man sich in dieser Arbeit zunächst auf die Interaktion von Verkehrsteilnehmern auf einer Fahrspur.

2 Aufgabenstellung

Kognitive Fahrzeuge erfassen durch ihre Umfoldsensorik eine Verkehrsszene mit ihren statischen und dynamischen Hindernissen. Auf Grundlage der erfassten Verkehrssituation wird eine Trajektorienplanung durchgeführt, siehe Abb. 1. Da die Sicherheit im Straßenverkehr eine hohe Priorität besitzt, wird die geplante Trajektorie durch ein in dieser Arbeit beschriebenes Sicherheitsmodul bewertet, um anschließend ausgeführt oder abgelehnt zu werden. Die Sicherheitsbewertung setzt folgende Kenntnisse voraus:

- eine geometrische Beschreibung der relevanten Straßenverläufe,
- die geplante Trajektorie des autonomen Fahrzeuges,
- die Position und Geometrie statischer Hindernisse,
- sowie die Position, Geschwindigkeit und Klassifizierung anderer Verkehrsteilnehmer.

Unter der Klassifizierung von Verkehrsteilnehmern wird die Einteilung in PKW, LKW, Motorräder, Fahrradfahrer und Fußgänger verstanden. Die Anfangswerte (Position und Geschwindigkeit) der Verkehrsteilnehmer werden als unsicher in einem gewissen Bereich angenommen. Durch die zusätzliche Kenntnis des Beschleunigungsvermögens kann die Erreichbarkeitsmenge von Verkehrsteilnehmern bezüglich deren Positionen und Geschwindigkeiten bestimmt werden. Nimmt

man zusätzlich Wahrscheinlichkeitsverteilungen für die Anfangswerte und Beschleunigungswerte der Verkehrsteilnehmer an, so lassen sich auch deren *stochastische Erreichbarkeitsmengen* berechnen. Die Aufgabenstellung dieser Arbeit ist die Bestimmung von stochastischen Erreichbarkeitsmengen des autonomen Fahrzeuges und dessen umgebenden Verkehrsteilnehmern. Dies geschieht für einen Prädiktionshorizont von $t \in [0, t_f]$, der in äquidistante Zeitintervalle τ_i unterteilt wird.

Der Schnitt der stochastischen Erreichbarkeitsmengen des autonomen Fahrzeuges mit denen anderer Verkehrsteilnehmern zu einem Zeitintervall τ_i ermöglicht die Bestimmung der Kollisionswahrscheinlichkeit innerhalb dieses Zeitintervalls. Findet kein Schnitt der Erreichbarkeitsmengen statt, so kann die gewählte Fahrstrategie für das untersuchte Zeitintervall als sicher im Rahmen der Modellgenauigkeit garantiert werden. Beispielhaft ist in Abb. 2 eine Verkehrssituation aufgeführt, in der die Fahrstrategie im Zeitintervall τ_1 garantiert sicher ist und für τ_2 eine gewisse Unfallwahrscheinlichkeit aufweist.

Die Sicherheitsanalyse wird repetitiv durchgeführt, so dass nach der Bestimmung der stochastischen Erreichbarkeitsmengen für den Zeithorizont $t \in [0, t_f]$, die aktuellen Sensorwerte (Position, Geschwindigkeit) der detektierten Verkehrsteilnehmer eingelesen werden, und die Erreichbarkeitsanalyse von Neuem startet, siehe Abb. 2 (für eine Zustandsvariable $x(t)$). Dabei impliziert die Prädiktion der Verkehrssituation die Forderung, dass die Berechnung der Erreichbarkeitsmengen mindestens um einen Faktor $\kappa > 1$ schneller sein muss als Echtzeit, so dass die Sicherheitsbewertung nach einem Zeitintervall $\Delta t = t_f/\kappa$ aktualisiert werden kann.

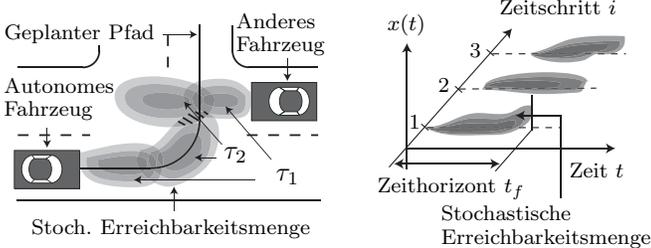


Bild 2: Stochastischer Erreichbarkeitsmengen eines Verkehrsszenarios und deren wiederholte Berechnung.

3 Modellierung der Verkehrsteilnehmer

Das Verhalten der Verkehrsteilnehmer wird in zwei Schritten modelliert: Pfadplanung und Pfadverfolgung. Bei der Pfadplanung werden geeignete Fahrwege eines Verkehrsteilnehmers identifiziert, die sich aus der endlichen Entscheidungsmenge $\{\text{links Abbiegen, rechts Abbiegen, Geradeausfahrt}\}$ ergeben, siehe beispielhaft in Abb. 3. Spurwechsellvorgänge werden in dieser Arbeit nicht berücksichtigt, sind aber zukünftig vorgesehen. Für unstrukturierte Szenarien, wie z.B. auf Parkplätzen eignet

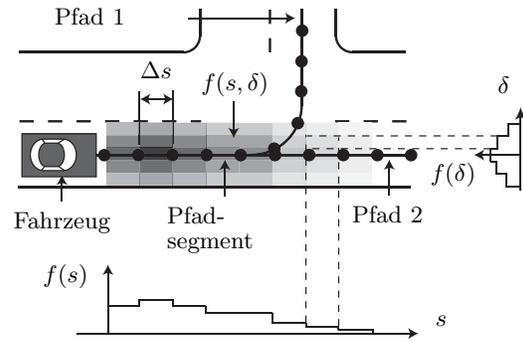


Bild 3: Pfadmodellierung und Wahrscheinlichkeitsverteilungen.

sich die Aufteilung in Pfadplanung und Pfadverfolgung nicht. Für solche Szenarien wird auf die Arbeit der Autoren in [17] verwiesen, in welcher die gleichen mathematischen Ansätze benutzt werden, jedoch eine unstrukturierte Umgebungen für einen autonomen Roboter betrachtet wird. Zusätzlich zu den möglichen Fahrwegen der Verkehrsteilnehmer wird eine statische Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(\delta)$ für die laterale Abweichung δ der möglichen Fahrwege angenommen (siehe Abb. 3). Diese Abweichung kann an unterschiedliche Verkehrsteilnehmer angepasst werden, so dass man berücksichtigt, dass z.B. LKW und PKW hauptsächlich in der Fahrspurmitte und Fahrradfahrer eher am rechten Fahrbahnrand fahren.

Die Längsdynamik der Verkehrsteilnehmer bei der Pfadverfolgung wird als hybrides System [21] modelliert - eine Beschreibungsform für Systeme, die eine Kombination aus diskreter und kontinuierlicher Dynamik aufweist. Die diskreten Zustände werden mit *Beschleunigen, Höchstgeschwindigkeit, Abbremsen* und *Stillstand* bezeichnet, siehe Abb. 4. Die Position wird mit s , die Geschwindigkeit mit v , die Höchstgeschwindigkeit mit v_{max} und die Gas-/Bremspedalstellung mit u bezeichnet. Die Höchstgeschwindigkeit v_{max} bezieht sich auf die erlaubte Höchstgeschwindigkeit auf einem Streckenabschnitt. Des Weiteren sind die Werte von u normiert, wobei $u \in [0, 1]$ eine Beschleunigungsvorgabe und $u \in [-1, 0[$ eine Bremsvorgabe repräsentiert. Die Bedingungen für Übergänge zwischen diskreten Zuständen d sind in Abb. 4 aufgeführt. Dabei ist der Wechsel in den Zustand *Höchstgeschwindigkeit* unsicher modelliert, da in diesen Zustand gewechselt werden kann, wenn sich die Geschwindigkeit v in dem Bereich $[v_{max}, \bar{v}_{max}]$ befindet. Dadurch wird berücksichtigt, dass manche Verkehrsteilnehmer erst ab einer höheren Geschwindigkeit \bar{v}_{max} als die erlaubte v_{max} den Beschleunigungsvorgang beenden. Innerhalb jedes diskreten Zustandes wird eine kontinuierliche Dynamik spezifiziert:

$$\dot{s} = v, \quad \dot{v} = f_d(v, u), \quad \text{mit}$$

$$f_1(v, u) = c_1(1 - (v/c_2)^2)u, \quad f_2 = f_4 = 0, \quad f_3(u) = c_1 u,$$

wobei der Index d die Abhängigkeit vom aktiven diskreten Zustand d kennzeichnet. Auf Grundlage der betrachteten Verkehrsteilnehmerkategorie (LKW,

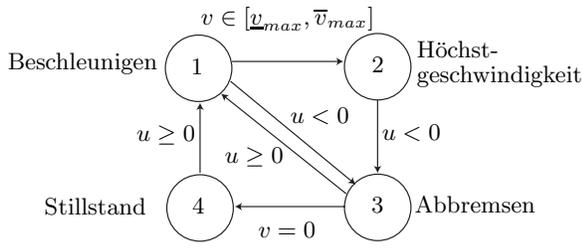


Bild 4: Hybride Längsdynamik der Verkehrsteilnehmer.

KFZ, Motorräder, Fahrradfahrer) werden die Parameter c_1 (maximale absolute Beschleunigung) und c_2 (Höchstgeschwindigkeit des Verkehrsmittels) bestimmt. Es sei angemerkt, dass die angegebenen Differentialgleichungen durch komplexere Modelle ersetzt werden können. Ergebnis der Pfadverfolgung unter Berücksichtigung der spezifizierten Längsdynamik ist eine Wahrscheinlichkeitsverteilung $f(s)$ entlang des geplanten Pfades. Nimmt man nun an, dass die Pfadabweichung $f(\delta)$ stochastisch unabhängig von $f(s)$ ist, so kann die Wahrscheinlichkeitsverteilung innerhalb der Erreichbarkeitsmenge als $f(s, \delta) = f(s) \cdot f(\delta)$ ermittelt werden, siehe Abb. 3.

4 Erreichbarkeitsanalyse

Auf Grundlage der spezifizierten hybriden Längsdynamik kann die Erreichbarkeitsmenge bezüglich der Position und Geschwindigkeit von Verkehrsteilnehmern bestimmt werden. Dabei werden zunächst Erreichbarkeitsmengen für rein kontinuierliche Systeme definiert und anschließend das Grundprinzip zur Berechnung von Erreichbarkeitsmengen vorgestellt. Genauere Informationen zur Berechnung von Erreichbarkeitsmengen für kontinuierliche Systeme findet der interessierte Leser in [2, 4]. Die Erweiterung auf hybride Systeme ist in [6] beschrieben. Gegeben sei zunächst ein nichtlineares kontinuierliches System der Form

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)), \quad x(0) \in X_0 \subset \mathbb{R}^n, u(t) \in U \subset \mathbb{R}^m \quad (1)$$

wobei $u(t)$ Lipschitz-stetig ist. Die exakte Erreichbarkeitsmenge $R^e(r)$ von (1), unter Berücksichtigung von $x(0) \in X_0$ und $u(t) \in U$, zum Zeitpunkt $t = r$ ist:

$$R^e(r) = \left\{ x \mid x(r) = x(0) + \int_0^r f(x(\tau), u(\tau)) d\tau, x(0) \in X_0, u(\tau) \in U \right\}.$$

Da exakte Erreichbarkeitsmengen in der Regel nicht berechenbar sind [13], werden in dieser Arbeit Überapproximationen der Erreichbarkeitsmengen $R(t) \supseteq R^e(t)$ bestimmt. Die Überapproximation für ein Zeitintervall $t \in [0, r]$ ergibt sich zu: $R([0, r]) := \bigcup_{t \in [0, r]} R(t)$. Die wesentlichen Schritte (siehe Abb. 5) zur Berechnung der Erreichbarkeitsmenge eines Zeitintervalls $t \in [l \cdot r, (l+1) \cdot r]$ ($l \in \mathbb{N}^+, r \in \mathbb{R}^+$) lässt sich in drei wesentliche Teilschritte aufteilen:

1. Bestimmung der Erreichbarkeitsmenge $\hat{R}((l+1) \cdot r)$ ohne unsicheren Eingang ($u = 0$; \hat{R} : Erreichbarkeitsmenge ohne Eingang).
2. Bilden der konvexen Hülle von $\hat{R}(l \cdot r)$ und $\hat{R}((l+1) \cdot r)$.
3. Aufweiten der konvexen Hülle zu $R([l \cdot r, (l+1) \cdot r])$, um den Einschluss aller Trajektorien im Zeitintervall $t \in [l \cdot r, (l+1) \cdot r]$ unter der Wirkung des unsicheren Eingangs $u \in U$ zu gewährleisten.

Die Erreichbarkeitsmenge für das gesamte Zeitintervall wird aus der Vereinigung der Erreichbarkeitsmengen der berechneten Zeitintervalle $t \in [l \cdot r, (l+1) \cdot r]$ bestimmt:

$$R[0, T] = \bigcup_{l=0}^{T/r-1} R([l \cdot r, (l+1) \cdot r]). \quad (2)$$

Die Zeitschrittweite T wird im nächsten Abschnitt als die Schrittweite für die Markov-Ketten benutzt.

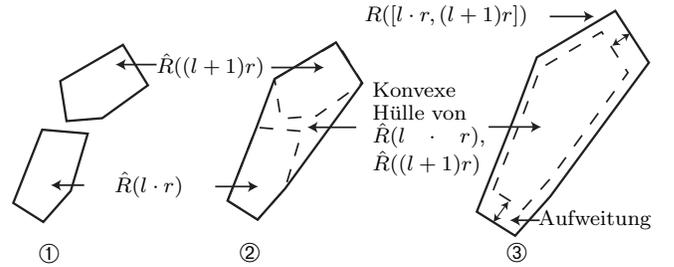


Bild 5: Berechnung von Erreichbarkeitsmengen - Übersicht.

Die Erreichbarkeitsmenge eines Fahrzeuges für die Position s und die Geschwindigkeit v ist beispielhaft in Abb. 6 für das Zeitintervall $t \in [0, 3]$ s und das Eingangsintervall $u \in [0.5, 1]$ gezeigt. Dabei wurde das Gebiet, in welchem vom Zustand *Beschleunigen* in den Zustand *Höchstgeschwindigkeit* geschaltet wird, zwischen $v_{max} = 15$ m/s und $\bar{v}_{max} = 16$ m/s festgelegt.

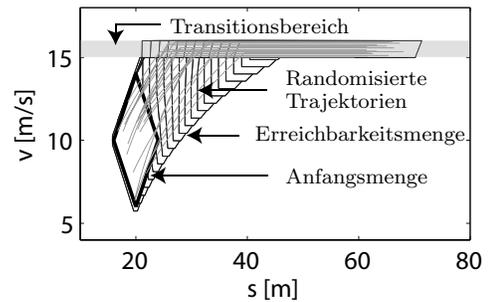


Bild 6: Beispielhafte Erreichbarkeitsmenge eines Fahrzeuges.

5 Abstraktion der hybriden Dynamik mittels Markov-Ketten

Wie bereits in Abschnitt 2 erwähnt, sollten die Erreichbarkeitsmengen von Verkehrsteilnehmern probabilisti-

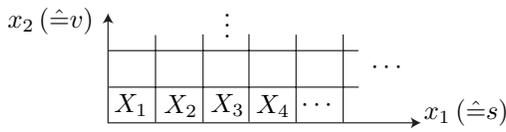


Bild 7: Diskretisierung des Zustandsraumes.

sche Informationen enthalten und schneller als in Echtzeit berechnet werden. Eine Möglichkeit, diese beiden Ziele zu vereinigen, bietet die Abstraktion der hybriden Längsdynamik der Verkehrsteilnehmer mittels Markov-Ketten. Untersuchungen zur Abstraktion von hybrider Dynamik mittels Erreichbarkeitsmengen auf stochastische Automaten, wurde bereits in [15] durchgeführt. Allerdings werden in dieser Arbeit zusätzlich unsichere Eingänge und das Systemverhalten in Zeitintervallen berücksichtigt.

5.1 Diskretisierung des Zustands- und Eingangsraumes

Eine Markov-Kette ist ein zeitdiskreter stochastischer Automat, dessen Transitionen eine Wahrscheinlichkeit zugeordnet ist. Somit ist auch nicht deterministisch bekannt, in welchem Zustand $z = i$ ($i \in \mathbb{N}^+$) sich die Markov-Kette befindet, wobei die diskrete Zustandsvariable mit z bezeichnet wird und dessen Werte mit ganzen natürlichen Zahlen angegeben werden. Stattdessen wird für jeden Zustand eine Wahrscheinlichkeit $p_i = P(z = i)$ angegeben, die im Zustandswahrscheinlichkeitsvektor p zusammengefasst sind. Da der Zustandswahrscheinlichkeitsvektor zum nächsten Zeitpunkt $t_k = k \cdot T$ ($k \in \mathbb{N}^+, T \in \mathbb{R}^+$) per Definition der Markov-Kette nur vom Zustandswahrscheinlichkeitsvektor zum vorangegangenen Zeitpunkt abhängt, kann die Dynamik der Markov-Kette mittels folgendem, linearen Zusammenhang beschrieben werden:

$$p(t_{k+1}) = \Phi p(t_k) \quad (3)$$

Da die Markov-Kette einen diskreten Zustandsraum voraussetzt, muss der kontinuierliche Zustands- und Eingangsraum der hybriden Längsdynamik diskretisiert werden. In dieser Arbeit wird dabei der Zustandsraum $X \subset \mathbb{R}^2$ (Position, Geschwindigkeit) in achsenorientierte orthogonale und gleichgroße Zellen X_i unterteilt (siehe Abb. 7), die durch Intervalle beschreibbar sind ($X_i =]\underline{x}_i, \bar{x}_i]$, $\underline{x}_i, \bar{x}_i \in \mathbb{R}^2$), wobei $\bigcup X_i = X$ und die X_i paarweise disjunkt sind ($\bigcap X_i = \emptyset$). Dieselbe Diskretisierungsmethode wird für den Eingangsraum U (Gas-/Bremspedalstellung) angewandt, der in Intervalle U_j unterteilt wird. Der Index i der Zellen X_i repräsentiert den diskreten Zustand $z = i$, und in analoger Weise repräsentiert der Index j der Zellen U_j den diskreten Eingang $y = j$.

5.2 Transitionswahrscheinlichkeiten der Markov-Ketten

Um die Transitionswahrscheinlichkeiten der Markov-Kette zu bestimmen, wird ausgehend von einem diskreten Zustand $z = i$ und einem diskreten Eingang $y = j$ die Erreichbarkeitsmenge $R_i^j(T)$ des Systems bestimmt. Hierbei repräsentiert der Index i die Startzelle der Erreichbarkeitsmenge ($R_i^j(0) = X_i$) und der Index j die Zelle der möglichen Eingangswerte ($u \in U_j$). Unter der Annahme, dass die Zustände in der Erreichbarkeitsmenge $R_i^j(T)$ gleichverteilt sind, kann die Übergangswahrscheinlichkeit von Zelle i nach Zelle o unter den Eingangswerten in Zelle j geometrisch durch das Volumenverhältnis der Erreichbarkeitsmenge in Zelle o zur gesamten Erreichbarkeitsmenge bestimmt werden:

$$\Phi_{oi}^j(T) = \frac{V(R_i^j(T) \cap X_o)}{V(R_i^j(T))},$$

wobei $V()$ der Operator für die Bestimmung des Volumens ist und $\Phi_{oi}^j(T)$ die Übergangswahrscheinlichkeiten nach einem Zeitschritt T enthält. Analog dazu kann man $\Phi_{oi}^j([l \cdot r, (l+1)r])$ für $t \in [l \cdot r, (l+1)r]$ bestimmen, indem man $R_i^j(T)$ durch $R_i^j([l \cdot r, (l+1)r])$ in obiger Berechnungsvorschrift substituiert. Da sich die Erreichbarkeitsmenge für das Zeitintervall $t \in [0, T]$ aus (2) ergibt, wobei T ein ganzzahliges Vielfaches von r ist, folgt für $\Phi_{oi}^j([0, T])$:

$$\Phi_{oi}^j([0, T]) = \frac{r}{T} \sum_{l=0}^{T/r-1} \Phi_{oi}^j([l \cdot r, (l+1)r]).$$

Die Erreichbarkeitsmenge von $R_i^j([0, T])$ ist beispielhaft für den Fall $T/r = 10$ in Abb. 8(a) gezeigt. Die entsprechende probabilistische Erreichbarkeitsmenge, die sich aus $\Phi_{oi}^j([0, T])p(0)$ mit $p_m(0) = 0$ für $m \neq i$ und $p_i(0) = 1$ ($i \hat{=}$ Startzelle) ergibt, ist in Abb. 8(b) gezeigt. Dabei symbolisieren die Kreise die diskreten Zustände, die den Zellen zugeordnet sind. Eine Transition in eine Zelle ist umso wahrscheinlicher, je dunkler die Grauwerte der Zellen sind.

5.3 Zustandswahrscheinlichkeiten der Markov-Ketten

Mit Hilfe der berechneten Transitionswahrscheinlichkeiten lassen sich nun die Zustandswahrscheinlichkeiten der Markov-Kette, prinzipiell wie in (3) beschrieben, bestimmen. Der Unterschied zu (3) besteht darin, dass es Markov-Ketten gibt, die die Systemdynamik zu Zeitpunkten und zu Zeitintervallen abstrahieren. Da die Transitionswahrscheinlichkeiten für die Zeitintervalle auf den Anfangszellen zum Anfangszeitpunkt $t = 0$ beruhen, werden die Zustandswahrscheinlichkeiten eines Zeitintervalls $p([t_k, t_{k+1}])$ mit Hilfe der Zustandswahrscheinlichkeiten $p(t_k)$ des letzten Zeitpunktes bestimmt. Da zur Bestimmung der Kollisionswahrscheinlichkeiten letztlich nur die Wahrscheinlichkeiten der Zeitintervalle $p([t_k, t_{k+1}])$ benutzt werden, bestimmt man

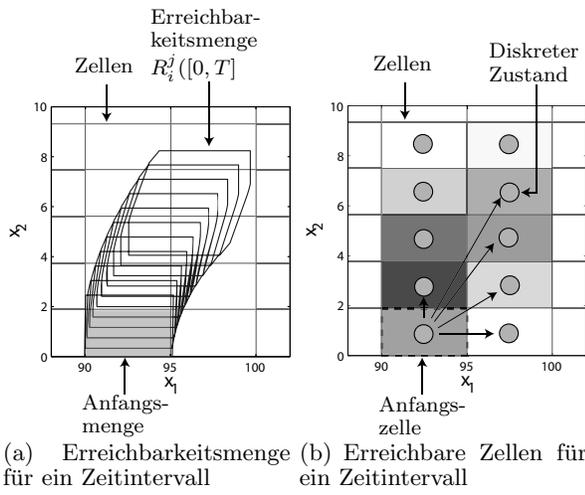


Bild 8: Erreichbarkeitsmenge des ursprünglichen Systems und stochastische Erreichbarkeitsmenge der abstrahierenden Markov-Kette.

die Wahrscheinlichkeiten $p(t_k)$ lediglich als Zwischenergebnis. Des Weiteren müssen die dem aktuellen diskreten Eingang $y = j$ entsprechenden Transitionsmatrizen $\Phi^j(T)$, $\Phi^j([0, T])$ ausgewählt werden. Dabei wird angenommen, dass $u \in U_j$ für $t \in [t_k, t_{k+1}]$ gilt:

$$p(t_{k+1}) = \Phi^j(T)p(t_k),$$

$$p([t_k, t_{k+1}]) = \Phi^j([0, T])p(t_k).$$

Ist neben den Zuständen z auch der Eingang y unbekannt, so kann man analog zur Wahrscheinlichkeitsverteilung p des Zustands eine Verteilung $q_j = P(y = j)$ für den Eingang definieren. Danach berechnen sich die Wahrscheinlichkeitsverteilungen der Zustände wie in [5] zu:

$$p(t_{k+1}) = \sum_j \Phi^j(T)q_j([t_k, t_{k+1}])p(t_k),$$

$$p([t_k, t_{k+1}]) = \sum_j \Phi^j([0, T])q_j([t_k, t_{k+1}])p(t_k).$$

In einem weiteren Schritt kann man die Verteilung der Eingangswahrscheinlichkeiten q_j einer Markov-Kette in Abhängigkeit der eigenen Zustandswahrscheinlichkeiten und der Zustands- und Eingangswahrscheinlichkeiten einer anderen Markov-Kette bestimmen, wodurch sich Interaktion zwischen zwei Markov-Ketten realisieren lässt. Bei Verkehrsszenarien kann mit dieser Grundidee die Interaktion zwischen Verkehrsteilnehmern modelliert werden. Dazu werden im Folgenden zwei Fahrzeuge A und B betrachtet, wobei Fahrzeug A dem Fahrzeug B auf einer Fahrspur folgt. Größen, die sich auf Fahrzeug A bzw. B beziehen, werden durch ein hochgestelltes A bzw. B gekennzeichnet. Mathematisch lässt sich die beschriebene Grundidee zur Interaktion zweier Markov-Ketten mit Hilfe der bedingten Wahrscheinlichkeiten $P(y^A = j | y^B = w, z^A = i, z^B = v)$ beschreiben. Die Bestimmung der bedingten Wahrscheinlichkeiten für alle Kombinationen der Zustände z^A, z^B und der Eingänge y^A, y^B ist in [5] für das beschriebene Szenario zweier Fahrzeuge auf einer Fahrspur durchgeführt worden.

Die bedingten Wahrscheinlichkeiten werden dabei in einer Anordnung von Interaktionsmatrizen Ω_{iv} gespeichert, die mit Ω_{iv}^{jw} bezeichnet wird. Führt man des Weiteren die Abkürzung $p_v^{B,w} := P(y^B = w, z^B = v)$ ein, kann man die in [5] hergeleitete Berechnungsvorschrift für zwei interagierende Markov-Ketten (bzw. Verkehrsteilnehmer im Speziellen) formulieren:

$$M^j(t_k) = \sum_w \Omega^{jw} p_v^{B,w}(t_k),$$

$$p^A(t_{k+1}) = \sum_j \Phi^j(T) \text{diag}(M^j(t_k)) p^A(t_k), \quad (4)$$

$$p^A([t_k, t_{k+1}]) = \sum_j \Phi^j([0, T]) \text{diag}(M^j(t_k)) p^A(t_k).$$

Dabei wurde vereinfachend angenommen, dass die Wahrscheinlichkeiten $P(y^B = w, z^B = v)$ und $P(z^A = i)$ unabhängig sind. Eine Diskussion dieser Annahme sowie die Erweiterung der Interaktion zweier Verkehrsteilnehmer auf einer Fahrspur zur Interaktion an Kreuzungen finden sich in [5].

6 Unfallwahrscheinlichkeiten von Fahrstrategien

Nach der Berechnung der stochastischen Erreichbarkeitsmengen ist die Unfallwahrscheinlichkeit des betrachteten autonomen Fahrzeuges mit anderen Verkehrsteilnehmern zu ermitteln. Aufgrund der Segmentierung der Pfade von Verkehrsteilnehmern und der stückweise stetigen Wahrscheinlichkeitsverteilung der Pfadabweichung bestehen die Erreichbarkeitsmengen der Positionen der Verkehrsteilnehmer aus Polygonen, denen eine Aufenthaltswahrscheinlichkeit zugeordnet ist, siehe Abb. 9. Ohne Beschränkung der Allgemeinheit wird im Folgenden zur Vereinfachung die Unfallwahrscheinlichkeit eines autonomen Fahrzeuges A mit nur einem anderen Verkehrsteilnehmer B betrachtet, dessen Größen durch ein hochgestelltes A bzw. B gekennzeichnet sind.

Um die Unfallwahrscheinlichkeit effizient zu bestimmen, werden nicht alle Kombinationen der Polygone beider Verkehrsteilnehmer untersucht. Um eine Vorauswahl sich potentiell schneidender Polygone zu treffen, werden Kreise gebildet, die zusammengehörige Polygone eines Pfadsegmentes einschließen, siehe z.B. die Kreise C^A , C^B in Abb. 9, da Kreise die effizienteste Kollisionsabfrage ermöglichen. Schneiden sich zwei Kreise, so existiert für die Polygone innerhalb der Kreise eine mögliche Schnittmenge. Dies wird wiederum abgeprüft, indem der Kollisionstest wiederholt wird, aber diesmal mit Kreisen, die jedes Polygon umhüllen, siehe Kreise D^A , D^B in Abb. 9. Im Folgenden sind Ψ^A , Ψ^B Polygone der Verkehrsteilnehmer A bzw. B (siehe Abb. 9) und \bar{p}^A , \bar{p}^B die Wahrscheinlichkeiten, dass sich der Verkehrsteilnehmer A bzw. B im entsprechenden Polygon aufhält. Aufgrund der Abmessungen der Verkehrsteilnehmer können

die Aufenthaltsverteilungen nicht als unabhängig zur Bestimmung der Kollisionswahrscheinlichkeit betrachtet werden. Die Wahrscheinlichkeit $\bar{p}^{A,B}$, dass sich Teile der Verkehrsteilnehmer in Ψ^A und Ψ^B gleichzeitig befinden wird als $\bar{p}^{A,B} = \min(\bar{p}^A, \bar{p}^B) \geq \bar{p}^A \cdot \bar{p}^B$ approximiert, was zu einer Überapproximation gegenüber einer Unabhängigkeitsannahme führt. Die Schnittwahrscheinlichkeit zweier Polygone ergibt sich somit zu

$$p_{intersect} = \frac{V(\Psi^A \cap \Psi^B)}{V(\Psi^A)} \cdot \frac{V(\Psi^A \cap \Psi^B)}{V(\Psi^B)} \cdot \min(\bar{p}^A, \bar{p}^B).$$

Die Kollisionswahrscheinlichkeit ergibt sich aus der Summation der Einzelwahrscheinlichkeiten $p_{intersect}$. Um die Bestimmung der Unfallwahrscheinlichkeit weiter zu beschleunigen, wird $V(\Psi^A \cap \Psi^B)$ für mögliche äquidistante Relativwinkel und Relativpositionen der Polygone im Voraus in einer Datenbank abgelegt. Voraussetzung für dieses Vorgehen ist, dass die Pfade jedes Verkehrsteilnehmers und deren relative Pfadabweichung in gleich große Segmente unterteilt sind.

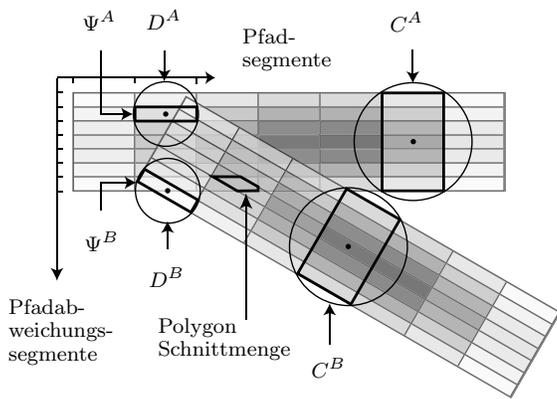


Bild 9: Bestimmung der Unfallwahrscheinlichkeiten aus den stochastischen Erreichbarkeitsmengen.

7 Numerische Beispiele

In diesem Abschnitt wird die Sicherheitsverifikation für zwei typische Verkehrsszenarien angewendet. Beim ersten Szenario plant das autonome Fahrzeug den Überholvorgang eines Fahrradfahrers bei Gegenverkehr. Die probabilistischen Erreichbarkeitsmengen von unterschiedlichen Zeitintervallen für dieses Szenario sind in Abb. 10 gezeigt. Im zweiten Szenario wechselt Fahrzeug A auf einer dreispurigen Straße von der rechten auf die mittlere Spur, und missachtet dabei den herannahenden Verkehr (Fahrzeug B und C). Das autonome Fahrzeug (Fahrzeug B) hat nun die Option, eine Vollbremsung zu machen (Strategie 1), oder auf die linke Spur zu wechseln (Strategie 2), siehe Abb. 11 und 12 (es ist nur die linke und mittlere Spur gezeichnet). Die Option auf die rechte Fahrspur zu wechseln ist nicht vorhanden, da dort andere Fahrzeuge stehen. Beim Vergleich der Fahrstrategien 1 und 2 fällt auf, dass die Erreichbarkeitsmenge

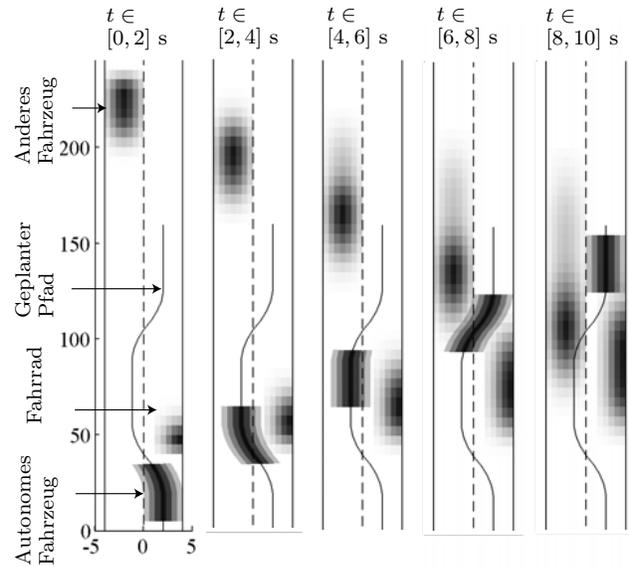


Bild 10: Probabilistische Erreichbarkeitsmengen des Überholmanövers (Abstandsangaben der Achsen in [m]).

von Fahrzeug C variiert. Dies liegt daran, dass dieses Fahrzeug nur beim Spurwechsel des autonomen Fahrzeuges (Fahrzeug B) mit diesem interagiert und somit abbremst.

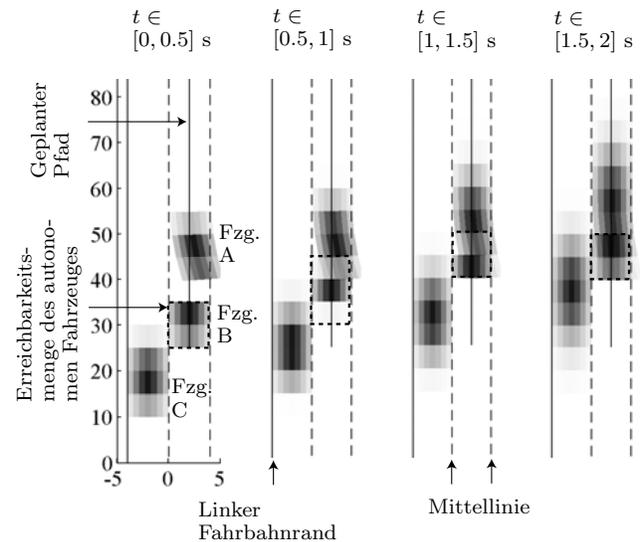


Bild 11: Probabilistische Erreichbarkeitsmengen der Fahrstrategie 1 ohne Fahrspurwechsel (Abstandsangaben der Achsen in [m]).

Die probabilistischen Erreichbarkeitsmengen der Fahrzeugpositionen sind mit 5 Meter längs und 0.57 Meter quer zu den Fahrwegen aufgelöst. Die Unfallwahrscheinlichkeiten der betrachteten Zeitintervalle und die Berechnungszeiten¹ der gezeigten Szenarien sind in Tab.

¹ Beinhaltet Rechenzeit zur Bestimmung der Erreichbarkeitsmengen und der Unfallwahrscheinlichkeit.

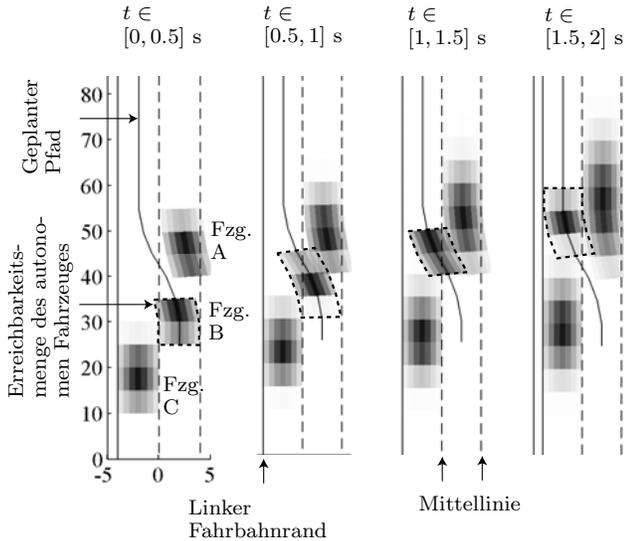


Bild 12: Probabilistische Erreichbarkeitsmengen der Fahrstrategie 2 mit Fahrspurwechsel (Abstandsangaben der Achsen in [m]).

Tabelle 1: Ergebnisse der Sicherheitsverifikation.

| Durchschnittliche Unfallwahrscheinlichkeit innerhalb der angegebenen Zeitintervalle | | | | Rechenzeit |
|---|----------------------|----------------------|----------------------|------------------------------|
| <i>Überholszenario</i> | | | | |
| 0.0013 ([0-4]s) | 0 ([4-6]s) | 0.0034 ([6-8]s) | 0.0005 ([8-10]s) | 0.88s ($\kappa = 11.4$) |
| <i>Mehrspuriges Szenario (Fahrstrategie 1)</i> | | | | |
| 0 ([0-0.5]s) | 0.0345 ([0.5-1]s) | 0.0293 ([1-1.5]s) | 0.0791 ([1.5-2]s) | 0.29s ($\kappa = 6.90$) |
| <i>Mehrspuriges Szenario (Fahrstrategie 2)</i> | | | | |
| 0.0001 ([0-0.5]s) | 0.0256 ([0.5-1]s) | 0.0319 ([1-1.5]s) | 0.0150 ([1.5-2]s) | 0.36s ($\kappa = 5.56$) |

1 zusammengefasst. Die Berechnungen wurden in Matlab auf einem PC mit 3.7 GHz durchgeführt. Zusätzlich ist noch der Faktor κ angegeben, der beschreibt, um welchen Faktor die Berechnung schneller ist als Echtzeit.

8 Schlussbemerkungen

Das vorgestellte Verfahren ermöglicht die Sicherheitsbewertung geplanter Fahrtrajektorien autonomer Fahrzeuge in dynamischen Umgebungen. Dabei werden sowohl die Unsicherheiten bezüglich der Messwerte als auch bezüglich der Verhaltensmöglichkeiten anderer Verkehrsteilnehmer berücksichtigt. Die Verkehrssituationen können mit einem moderaten Rechenaufwand um ein Vielfaches schneller als Echtzeit präzisiert werden und sind zudem durch die Auflösung der Diskretisierung des Zustands- und Eingangsraumes skalierbar. Die beschriebenen Methoden eignen sich selbstverständlich

Danksagung

Die Autoren danken der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG) für die finanzielle Unterstützung dieser Arbeit im Rahmen des Sonderforschungsbereichs-Transregio 28 „Kognitive Automobile“.

Literatur

- [1] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Online verification of cognitive car decisions. In *Proc. of the 2007 IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 728–733, 2007.
- [2] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Reachability analysis of linear systems with uncertain parameters and inputs. In *Proc. of the 46th IEEE Conference on Decision and Control*, pages 726–732, 2007.
- [3] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Safety assessment of autonomous cars using verification techniques. In *Proc. of the American Control Conference*, pages 4154–4159, 2007.
- [4] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Reachability analysis of nonlinear systems with uncertain parameters using conservative linearization. In *Proc. of the 47th IEEE Conference on Decision and Control*, 2008.
- [5] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Stochastic reachable sets of interacting traffic participants. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 1086–1092, 2008.
- [6] M. Althoff, O. Stursberg, and M. Buss. Verification of uncertain embedded systems by computing reachable sets based on zonotopes. In *Proc. of the 17th IFAC World Congress*, pages 5125–5130, 2008.
- [7] A. Bartels. Roadmap Automatisches Fahren. In *Proc. of Automatisierungssysteme, Assistenzsysteme und eingebettete Systeme für Transportmittel*, pages 350–364, 2008.
- [8] A. E. Broadhurst, S. Baker, and T. Kanade. A prediction and planning framework for road safety analysis, obstacle avoidance and driver information. In *Proc. of the 11th World Congress on Intelligent Transportation Systems*, October 2004.
- [9] A. E. Broadhurst, S. Baker, and T. Kanade. Monte carlo road safety reasoning. In *Proc. of the IEEE Intelligent Vehicles Symposium*, pages 319–324, 2005.
- [10] I. Dagli and D. Reichardt. Motivation-based approach to behavior prediction. In *Proc. of the Intelligent Vehicles Symposium*, pages 227–233, 2002.
- [11] A. Eidehall and L. Petersson. Statistical threat assessment for general road scenes using monte carlo sampling. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 9:137–147, 2008.
- [12] J. Hu, M. Prandini, and S. Sastry. Aircraft conflict detection in presence of a spatially correlated wind field. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 6:326–340, 2005.
- [13] G. Lafferriere, G. J. Pappas, and S. Yovine. A new class of decidable hybrid systems. In *Hybrid Systems: Computation and Control*, pages 137–151. Springer, 1999.
- [14] C.-F. Lin, A. G. Ulsoy, and D. J. LeBlanc. Vehicle dynamics and external disturbance estimation for vehicle path prediction. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 8:508–518, 2000.
- [15] J. Lunze and B. Nixdorf. Representation of hybrid systems by means of stochastic automata. *Mathematical and Computer Modeling of Dynamical Systems*, 7:383–422, 2001.
- [16] M. Prandini and J. Hu. *Stochastic hybrid systems*, chapter Stochastic reachability: Theoretical foundations and

numerical approximation., pages 107–138. Taylor & Francis Group/CRC Press, 2006.

- [17] F. Rohrmüller, M. Althoff, D. Wollherr, and M. Buss. Probabilistic mapping of dynamic obstacles using markov chains for replanning in dynamic environments. In *Proc. of the IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems*, pages 2504–2510, 2008.
- [18] C. Schmidt, F. Oechsle, and W. Branz. Research on trajectory planning in emergency situations with multiple objects. In *Proc. of the IEEE Intelligent Transportation Systems Conference*, pages 988–992, 2006.
- [19] Tomer Toledo. *Integrated Driving Behavior Modeling*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2003.
- [20] C. Tomlin, I. Mitchell, and R. Ghosh. Safety verification of conflict resolution maneuvers. *IEEE Transactions in Intelligent Transportation Systems*, 2:110–120, 2001.
- [21] A. van der Schaft and H. Schumacher. *An Introduction to Hybrid Dynamical Systems*. Springer, 2000.
- [22] Y. U. Yim and S.-Y. Oh. Modeling of vehicle dynamics from real vehicle measurements using a neural network with two-stage hybrid learning for accurate long-term prediction. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 53:1076–1084, 2004.

Manuskripteingang: 30. April 2008.



Dipl.-Ing. Matthias Althoff ist wissenschaftlicher Mitarbeiter am Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Technische Universität München. Hauptarbeitsgebiete: (Stochastische) Erreichbarkeitsanalyse kontinuierlicher und hybrider Systeme, Sicherheitsbewertung von Fahrstrategien kognitiver Automobile.

Adresse: Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik (LSR), TU München, 80290 München. Adresse: www.lsr.ei.tum.de,

E-Mail:althoff@tum.de



Univ.-Prof. Dr.-Ing. Olaf Stursberg ist Professor für Industrielle Automatisierungssysteme in der Fakultät für Elektro- und Informationstechnik der Technischen Universität München. Hauptarbeitsgebiete: hybride und ereignisdiskrete Systeme, Steuerungsentwurf, optimale and prädiktive Regelung, Scheduling, kognitive und vernetzte Systeme.

Adresse: Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik (LSR), TU München, 80290 München. Adresse: www.lsr.ei.tum.de, E-Mail:stursberg@tum.de



Univ.-Prof. Dr.-Ing./Univ. Tokio Martin Buss ist Ordinarius am Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik, Fakultät für Elektrotechnik und Informationstechnik, Technische Universität München. Forschungsschwerpunkte: Methoden der Regelungs-, Steuerungs-, Systemtheorie: hybride (diskret-kontinuierliche), schaltende, nichtlineare dynamische Systeme; Anwendungsgebiete: Mechatronik, Robotik, Medizintechnik, Kommunikationstechnik, Telepräsenz-/Teleaktions- und Mensch-Maschine-Systeme

Adresse: Lehrstuhl für Steuerungs- und Regelungstechnik (LSR), TU München, 80290 München. Adresse: www.lsr.ei.tum.de, E-Mail:mb@tum.de