Technische Universität München
Fakultät für Informatik
Prof. Dr. A. Knoll

SS 2006
Aufgabenblatt 2
19. Mai 2006

Praktikum zu Grundlagen der Programmierung

Aufgabe 5 Türme von Hanoi

Die Türme von Hanoi sind ein mathematisches Knobel- und Geduldsspiel. Das Spiel besteht aus drei Feldern, auf die Scheiben verschiedener Größe gelegt werden können. Zu Beginn sind alle Scheiben auf einem Feld, der Größe nach geordnet, mit der größten Scheibe unten und der kleinsten oben.

Bei jedem Zug darf die oberste Scheibe eines beliebigen Feldes auf eines der beiden anderen Felder gelegt werden, vorausgesetzt dort liegt nicht schon eine kleinere Scheibe. Ziel des Spiels ist es den kompletten Scheiben-Stapel auf ein anderes Feld zu versetzen.

a) definieren Sie eine Hilfsfunktion, die die Position des Turms darstellt

b) definieren Sie eine Hilfsfunktion, die einen Zug darstellt

c) definieren Sie die Funktion, die den Turm von Hanoi verschiebt

Aufgabe 6 Babylonisches Wurzelziehen

Das Babylonische Wurzelziehen (oft auch Heron-Verfahren) ist ein alter iterativer Algorithmus zur Bestimmung einer rationalen Näherung der Quadratwurzel einer positiven Zahl a. Dabei wird folgende Formel verwendet:

$$x_{n+1} = (x_n + a/x_n)/2$$

a) Verwenden Sie diese rekursive Formel, um eine Funktion `babylon k a` zu definieren, die die Wurzel der positiven Zahl a durch k Iterationen approximiert. Brechen Sie dazu die Rekursion nach k Schritten ab. Als Startwert der Rekursion verwenden Sie $x_0 = 1$.

b) Testen Sie Ihre Approximation der Wurzel mit einigen Werten für a und k. Finden Sie heraus ab welchem k die Genauigkeit ausreichend ist.

c) Schätzen Sie die Anzahl der rekursiven Aufrufe in Abhängigkeit von k? Zeichnen Sie die Aufrufstruktur für $k = 3$.

d) Alternativ kann man die Wurzel einer positiven Zahl a (hier darf angenommen werden, dass $a > 1$ ist) auch durch Intervallschachtelung berechnen. Initial soll mit dem Intervall $[0, a]$ begonnen werden un in jedem Schritt soll das Intervall halbiert werden. Schreiben Sie eine Funktion `intervall k a (l,r)` die das Intervall $[l, r]$ mit $\sqrt{a} \in [l, r]$ nach k Iterationen liefert. Testen sie die Approximation mit einigen Werten.

e) Schreiben Sie eine Funktion `intervall_f f a (l,r)` die mit der Iteration abbricht sobald der maximale Fehler $(r - l)$ kleiner als f ist und das gefundene Intervall zurückliefert.

Aufgabe 7 **Anzahl der rekursiven Aufrufe**

Die Analyse der Funktionen, die auf diesem Übungsblatt zu erstellen waren, verdeutlichen, dass die Anzahl der rekursiven Aufrufe von der Struktur der Rekursion abhängt. Deshalb sollen in dieser Aufgabe Funktionen erstellt werden, mit deren Hilfe für die jeweilige Funktion diese Anzahl bestimmt werden soll.

a) Geben Sie die Implementierung einer rekursiven Funktion an, die die Anzahl der Aufrufe der Fakultätsfunktion zählt. (Hinweis: Die gesuchte Funktion weist dieselbe Aufrufstruktur wie die Fakultätsfunktion auf, jedoch muss das Ergebnis der Funktion bei jedem rekursiven Aufruf um 1 erhöht werden

b) Geben Sie eine rekursive Funktion an, die die Anzahl der Aufrufe der Fibonacci-Funktion zählt.

c) Wie läßt sich die Anzahl der Aufrufe in Abhängigkeit vom Funktionsparameter n abschätzen?

Aufgabe 8 **(H) Jahreszahl und Osterdatum** **(2 + 8 = 10 Punkte)**

Auf dem Aufgabenblatt 1 wurde ein Algorithmus zur Berechnung des Ostertermins implementiert.

a) Der Algorithmus zur Berechnung des Ostertermins bedarf noch einer Ergänzung um folgende Zusatzregel:

- Statt dem 26. April findet Ostern stets am 19. April statt
- Statt dem 25. April findet Ostern am 18. April statt, wenn (siehe Blatt 1) $d = 28 \wedge e = 6 \wedge a > 10$.

Ergänzen Sie Ihre Implementierung um diese Zusatzregel.

b) Erstellen Sie eine rekursive Funktion, die für eine bestimmtes Datum, etwa den 22. April, die Jahreszahlen (in Form einer Liste) zurückgibt, an denen Ostern an diesem Datum stattfindet. Dabei sollte man die Suche auf ein bestimmtes Intervall von Jahren beschränken können.